测量不确定度评定及应用

Evaluation and Application of Uncertainty in Measurement

贯彻国家计量技术规范《测量不确定评定与表示》（JJF1059-1999）

水利部水工金属结构质量检验测试中心　　张步新　曹树林　张伟平

摘　要：对测量误差和测量不确定度的基本概念作了简单介绍，并举例说明了测量不确定度 A 类和 B 类评定以及测量结果给出的方法，为测量不确定度评定提供参考。

关键词：测量　不确定度　误差　评定

1.概述

测量的值 x_i 与被测物的真值 a 的差值为绝对误差 q_i，同一条件下多次测量，每次的绝对误差为 $q_i = x_i - a$。测量误差=测量结果-真值=（测量结果-总体均值）+（总体均值-真值）=随机误差+系统误差。

实际上，真值是量的定义的完整体现，是无法得到的（不存在完美无缺的测量），其本质上是不可能得到的。因此，在测量上，采用约定真值，以测量不确定度来表征真值处于的范围。所以，测量结果与真值之差的测量误差，也是无法确定的或确切获知的。这是被人们普遍认为的“误差公理”。

过去的观点是通过误差分析，给出被测量值不能确定的范围即是误差。按现在的观点，误差一词不宜用来定量表明测量结果的可靠程度。

测量误差是表明测量结果偏离真值的差值，它客观存在但人们无法准确得到。例如：测量结果可能非常接近真值（误差很小），但由于认识不足，人们赋予的值却落在一个较大区间（误差）内，另一方面测量结果可能远远偏离真值（误差很大），而人们赋予的值却落在一个较小区间（误差）内。如何较准确地确定一个这样的区间，即这个区间表征被测量之值与真值之间的分散性，就是说，测量结果可信的程度在什么水平上？根据现代计量学观点，计量或测量结果可信的程度是需要通过分析和评定来确定的。

测量不确定度是用来表征被测量之值所处范围的一种评定。

国际标准化组织 ISO、国际电工委员会 IEC、国际计量局 BIPM、国际法制计量组织 OIML、国际理论化学与应用化学联合会 IUPAC、国际理论物理与应用物理联合会 IUPAP、国际临床化学联合会 IFCC 等 7 个国际组织于 1993 年，联合发布了《测量不确定度表示指南》（Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement），简称 GUM。我国于 1999 年，经国家质量技术监督局批准，颁布实施由全国法制计量技术委员会提出的《测量不确定度评定与表示》（JJF1059-1999）。适用范围包括国家计量基准、标准物质、测量及测量方法、计量认证和实验室认可、测量仪器的校准和检定、生产

过程的质量保证和产品的检验和测试、贸易结算以及资源测量等测量技术领域。

2.有关误差的基本术语概念

按误差来源分类：

设备误差 检测器具（计量器具）示值不准

环境误差 温度、湿度、振动、电磁等差异性、不稳定

人员误差 技术熟练、生理差异

方法误差 方法不完善

测量对象 测量对象自身变化

按误差性质分类：

随机误差 测量结果在重复性条件下，无限次重复测量同一个量所得结果的平均值之差

系统误差 在重复性条件下，无限次重复测量同一个量所得结果的平均值与被测量真值之差

粗大误差 超出规定条件下预期的误差，即明显歪曲测量结果的误差

有关与误差共生的基本术语

精度 与误差相反角度的描述，误差小即精度高，误差大即精度低

精密度 反映测量数据分散性大小的程度，建议不宜随便使用

正确度 反映测量数据偏移真值大小的程度，建议不宜随便使用

准确度 是定性概念，采用级、等、准确度符合××标准。建议不宜随便使用

重复性 在相同测量条件下，对同一被测量进行连续多次测量所得结果之间的一致性

复现性 在不同测量条件下，对同一被测量进行连续多次测量所得结果之间的一致性

权 在不同条件下对同一量进行测量时，测量结果的质量不同，用数字表征测量结果的质量指标叫权 P。权 P 与测量结果的方差 σ^2 成反比，即 $P \propto 1/\sigma^2$

等精度测量 权相等的测量

实验标准差 对同一被测量作 n 次测量，表征测量结果分散性的量，用 $s(\delta_i)=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$ 表示

3.实验标准差公式推导

若在等精度测量条件下对某被测量（其真值为 a）做多次独立测量，得：x_1，x_2，…x_n；

则误差： $x_i-a=(x_i-\bar{x})+(\bar{x}-a)$ （$\bar{x}$ 是 n 次测量结果的算术平均值）

令：$\delta_i = x_i - a$

两边平方得：$\delta_i^2=(x_i-\bar{x})^2+2(x_i-\bar{x})(\bar{x}-a)+(\bar{x}-a)^2$

求 n 项和：

$$\sum_i^n \delta_i^2 = \sum_i^n \ [(x_i - \overline{x})^2 + 2(x_i - \overline{x})(\overline{x} - a) + (\overline{x} - a)^2] = \sum_i^n (x_i - \overline{x})^2 + \sum_i^n 2(x_i - \overline{x})(\overline{x} - a) + \sum_i^n (\overline{x} - a)^2$$

式中：

$(\overline{x} - a) = \delta_{\overline{x}}$ （常量）

故：

$$\sum_i^n \delta_i^2 = \sum_i^n (x_i - \overline{x})^2 + 2\delta_{\overline{x}} \sum_i^n (x_i - \overline{x}) + n\delta_{\overline{x}}^2 \qquad ①$$

而：

$$\sum_i^n (x_i - \overline{x}) = \sum_i^n x_i - n\overline{x} = 0$$

$n\delta_{\overline{x}}^2 = \sum_i^n \delta_{\overline{x}}^2 = \dfrac{n}{n}\sum_i^n \delta_{\overline{x}}^2 = ns^2(\delta_{\overline{x}})$ （$s\ (\delta_{\overline{x}})$ 是平均值 $\overline{x}$ 的标准差），

定义标准差：$s(\delta_i) = s(x_i - a) = \sqrt{\dfrac{1}{n}\sum (x_i - a)_i^2}$ （$s(\delta_i)$ 常用 σ 表示）；

定义平均值标准差与标准差的关系：$s(\delta_{\overline{x}}) = \dfrac{s(\delta_i)}{\sqrt{n}}$ （$s(\delta_{\overline{x}})$ 常用 $\sigma_{\overline{x}}$ 表示）；

所以：①式成为 $ns^2(\delta_i) = \sum_i^n (x_i - \overline{x})^2 + s^2(\delta_i)$；

整理得：

$$\sigma \ = s(\delta_i) = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \quad （贝塞尔公式）。\qquad ②$$

贝塞尔公式中的 σ 是由标准差公式定义的，但由于标准差公式中 δ_i 是真误差值，在实际测量中是无法得到的，因此，无法采用标准差公式求算 σ。而贝塞尔公式即实验标准差解决了这个问题，使得采用 σ 评价随机误差的大小成为可能。

在相同条件下，对被测量 x_i（不含系统误差）最佳估计值是 $\overline{x}$，实验标准差 $s(\delta_i) = \sqrt{\dfrac{\sum_i^n (x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$，平均值标准差 $s(\delta_{\overline{x}}) = \dfrac{s(\delta_i)}{\sqrt{n}}$，即：

$$s(\delta_{\overline{x}}) = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \overline{x})^2}{n(n-1)}} \qquad ③$$

4.测量结果标准不确定度

依据《测量不确定度评定与表示 JJF1059-1999》，测量结果标准不确定度分为 A 类和 B 类两种方法。A 类评定方法是计算出测量数据的平均值标准差 $s(\delta_{\overline{x}})$ 即公式③的数值； B 类评定方法需要了解测量仪器、技术资料、测量方法、检定证书。水工金属结构制造与安装所涉及到的重要测量参数

一般是几何尺寸的测量。因此，A 类评定方法是可以容易实现的。B 类评定方法包含了评定人员的经验和不确定度的传递。如检测仪器检定的标准不确定度u_1，仪器分辨率标准不确定度u_2，测量时检测人员布点（测点）的位置偏离引起的不确定度等等。同时，具有多个不确定度的分量u_i，需要对逐个分量进行合成，即$u=\sqrt{\sum u_i^2+s(\delta_{\bar{x}})^2}$。计算不确定度分量时，涉及到包含因子的选择，而包含因子的选择与概率分布形式和置信概率的大小有关，在确定诸多不确定度分量及其包含因子时，需要对被测量重要性进行分析和判断并做出合理的选择。合成标准不确定度u仍然是标准差，它表征了测量结果的分散性。扩展不确定度是为提供测量结果一个区间的要求而附加的不确定度，是由合成不确定度的倍数来表示的，即$U=ku$，通常k取 2 和 3，取决于被测量的重要性、效益和风险。

例 1：对某被测物进行 10 次等精度测量（重复性测量），仪器分辨率 2μm，仪器检定证书给出不确定度是标准差的 2 倍（包含因子 2），其值为 50μm，测量数据列下表，进行测量不确定度的 A 类和 B 类评定，并给出测量结果。

序号	x_i mm	$\bar{x}$ mm	$x_i-\bar{x}$ mm	$(x_i-\bar{x})^2$ mm
1	999.76		-0.03	0.0009
2	999.77		-0.02	0.0004
3	999.78		-0.01	0.0001
4	999.75		-0.04	0.0016
5	999.80	999.79	0.01	0.0001
6	999.80		0.01	0.0001
7	999.82		0.03	0.0009
8	999.81		0.02	0.0004
9	999.83		0.04	0.0016
10	999.82		0.03	0.0009

由上表得知：

$\bar{x}$=999.79，$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2=0.0070$，n=10，

A 类评定：

$$s(\delta_{\bar{x}})=\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n=10}(x_i-\bar{x})^2}=\sqrt{\frac{1}{10\times 9}\times 0.007}=0.009=9\mu m$$

B 类评定：

①检定证书表明，测量仪器标准不确定度$u_1=\frac{50}{2}=25\mu m$；

②仪器分辨率$\lambda=2\mu m$，区间半宽$a=\frac{\lambda}{2}$，查[JJF1059-1999]附录 B，分辨率不确定度按矩形均匀分布，概率为 100%时，查表得包含因子$\kappa=\sqrt{3}$，仪器分辨率标准不确定度$u_2=\frac{2}{\sqrt{3}}=1.2\mu m$；

③测量时检测人员布点（测点）的位置偏离 0.01mm（10 μm），由此引起的不确定度区间半宽$a=\frac{10}{2}=5\mu m$，按正态分布，置信概率 50%，查得包含因子 0.67，测量位置不确定度$u_3=\frac{5}{0.67}=7.5\mu m$；

④确定合成不确定度 $u=\sqrt{\sum s_i^2+\sum u_i^2}=\sqrt{9^2+25^2+1.2^2+7.5^2}=27.6\mu m$；

⑤确定扩展不确定度，按正态分布，以 99.73%的置信概率给出最佳区间，则扩展不确定度为：$U_{99.73}=ku=3\times 27.6=82.8\mu m$；（对于相关性的扩展不确定度以及自由度的内容在此暂不讨论）

测量结果：$X=\bar{x}\pm U_{99.73}=999.79mm\pm 0.08mm$，扩展不确定度$U_{99.73}=0.08mm$，置信概率 p=99.73%。

例 2：对闸门门高 h 进行复现性测量，分别独立测得数据：甲全站仪 37000.5mm，乙全站仪 37000.8mm。对甲全站仪进行不确定度评定并给出测量结果。（本例以甲全站仪进行不确定度的评定）

①复现性测量引起的标准不确定度

由独立测量结果得知：单次测量实验标准差$s(x_i)=\frac{R}{C}$，其中：R 为独立测量结果中的最大值与最小值之差，称为级差，即 R=37000.8-37000.5=0.3mm，C 为级差系数，查 JJF1059-1999 规范表 1 得 C=1.13，即$s(x_i)=\frac{R}{C}=\frac{0.3}{1.13}=0.3$；

②甲全站仪精度引起的测量不确定度u_1

根据$h=z_1-z_2$和 Z 坐标分量的误差公式得出高度误差计算公式：$m_h=\pm\sqrt{m_{z1}^2+m_{z2}^2}$；

式中m_{z1}、m_{z2}分别为测点 P$_1$、P$_2$的 Z 坐标分量的测量误差，按公式$m_{zi}^2=\frac{(s_i\cdot\sin\alpha_i)^2\cdot m_{vi}^2}{\rho_i^2}+(m_{si}\cos\alpha_i)^2$计算；其中 S_i 为仪器中心到测点 P$_1$、P$_2$的距离，S_1=43009.5mm，S_2=37783.2mm，$\alpha_1=65.45^0$，$\alpha_2=80.12^0$。按全站仪（型号 TCA2003）性能取$m_{v1}=m_{v2}=\pm 1.5''$，$m_{s1}=m_{s2}=\pm 0.3$ mm，$\rho_1=\rho_2=206265''$。根据以上数据计算得出：$m_h=\pm\sqrt{m_{z1}^2+m_{z2}^2}=\pm 0.39$mm，对 Z 坐标分量的测量误差值按均匀分布，查得包含因子$\sqrt{3}$，即得$u_1=\frac{m_h}{\sqrt{3}}=\frac{0.39}{\sqrt{3}}=0.2$ mm；

③合成标准不确定度：$u=\sqrt{\sum s_i^2+\sum u_i^2}=\sqrt{0.3^2+0.2^2}=0.36$，数字修约后得$u=0.4$ mm；

④扩展不确定度：取包含因子$k=2$，则$U=ku=0.8$ mm；

⑤测量结果：37000.5mm±0.8mm，扩展不确定度U =0.8mm，包含因子$k=2$，置信概率p=95%。

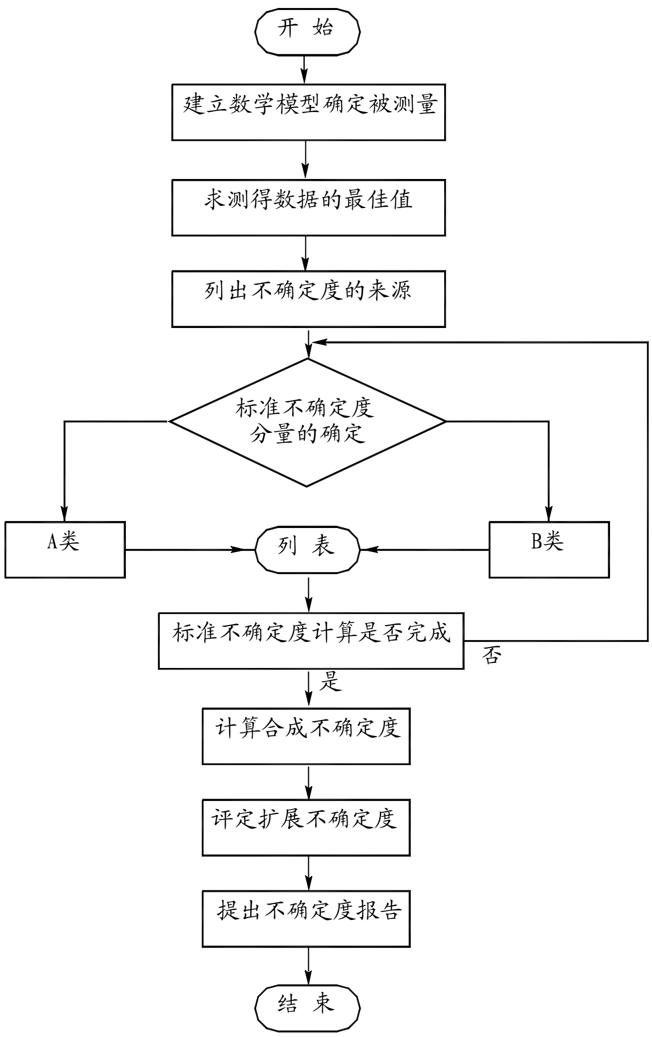
5.测量不确定度的分类

测量不确定度的分类可以简示为：

- 测量不确定度
  - 标准不确定度
    - A 类标准不确定度
    - B 类标准不确定度
    - 合成标准不确定度
  - 扩展不确定度
    - U（k=2、3）
    - U_p（p 为置信概率）

6. 测量不确定度的评定和报告

依据 JJF1059-1999，对测量不确定度各分量评定时，列表说明，做流程图：



7. 结束语

测量不确定度是测量技术重要概念，也是保证计量、检测质量的重要要素，被我国纳入法制计量管理范畴。随着我国加入 WTO 后，在实验室认证、计量、检测等领域全面贯彻国家计量技术规范，与国际上通用的做法接轨，是向我们从事计量、检测工作的专业人员提出的一项十分迫切的任务。此外，我国水利水电工程建设的质量要求以及产品制作、安装精度的不断提高，也对测量技术和测量方法提出了更高的要求。由于水工金属结构产品在制造、安装过程中，分别由制造单位、安装单位和检测机构进行多次的检验，检测结果必定存在一定的差异。为了避免因测量方法和测量条件的不同对测量结果引起争议，对重要数据的测量制订相应的检测规程，要求制造检测、安装检测以及第三方检测遵循测量的重复性和复现性原则，对测量结果进行测量不确定度的评定，可以有效地提高效益并降低风险，在此基础上推广应用国家计量标准规定的术语和测量不确定度评定方法，停止使用并逐步淘汰传统上习惯采用的但不确切的术语和做法，有利于我国计量、检测领域的整体水平提高。

参考文献：

[1]夏铮铮. 计量认证/审查认可（验收）评审准则宣贯指南[M]. 北京 中国计量出版社 2001

[2]JJF1059-1999 测量不确定度评定与表示[S]. 北京 国家质量技术监督局 1999

[3]鲁绍曾. 现代计量学概论[M]. 北京 中国计量出版社 1987

[4]李慎安等. 测量误差及数据处理技术规范解说[M]. 北京 中国计量出版社 1996